

**Modules CE1 et CE2****Numération****Calcul mental****Résolution de problèmes****Numération et représentation des nombres**

👉 page 10

Les compétences visées sont :

- Différence entre chiffre et nombre.
- Place du chiffre dans le nombre. Système décimal et numération de position.
- La droite numérique, intercaler un nombre, classer, comparer.
- Décomposition d'un nombre et recomposition.
- Nombres écrits en lettres convertis chiffres et réciproquement.

**Calcul mental**

👉 page 2

Les compétences visées sont :

En calcul automatisé :

- Tables de multiplications.
- Les compléments à 5.
- Les compléments à 10.
- Utilisation des doubles et des moitiés.
- Compter dans l'ordre croissant et décroissant à partir d'un nombre  $N_1$  jusqu'à un nombre  $N_2$  avec un pas donné (de 2 en 2, de 3 en 3, de 5 en 5, de 10 en 10).

En calcul réfléchi :

- Soustractions et additions diverses avec mutualisation des stratégies des élèves.

**Résolution de problèmes**

👉 page 6

Les compétences visées sont :

- Reformulation des énoncés
- Changements de registres.
- Analyse d'erreurs.
- Choix de la bonne opération.
- Procédures additives et soustractives diverses (recherche de l'état initial, de l'état final ou de la transformation).

## Calcul mental

Ce qui suit est un petit argumentaire pour le calcul mental. Le calcul mental est :

- Nécessaire pour un calcul posé  
Il faut une disponibilité suffisante de résultats connus pour effectuer une multiplication posée. Les erreurs de table sont plus fréquentes que les problèmes de décalage. Les tables de multiplication sont retenues, entretenues par la pratique régulière du calcul mental. Le calcul mental entretient des automatismes opératoires.
- Un outil de contrôle  
Un élève habitué au calcul mental peut prévoir l'ordre de grandeur d'un résultat et contrôler a posteriori sa vraisemblance.
- Le lieu d'établissement de relations entre calcul et raisonnement  
Le calcul mental consiste à effectuer un calcul de la manière la plus opportune. Il suppose donc successivement l'évocation mentale de procédures diverses, un jugement quant à leur pertinence relative, le choix de la procédure qui sera utilisée : on mobilise ainsi des compétences fondamentales dans la résolution de problèmes.
- Une aide à la conceptualisation  
Le calcul mental joue un rôle important dans l'appropriation de nouvelles connaissances, par exemple, pour se construire des représentations mentales des nombres.  
En particulier
- Un moyen de progresser dans la résolution d'un problème  
Se ramener à un cas calculable mentalement est un bon moyen d'avancer dans la résolution d'un problème. L'aspect ludique du calcul mental réfléchi n'est pas à négliger. Il développe le goût de la recherche en essayant d'établir par exemple la méthode la plus performante.
- Un moyen de valorisation et de différenciation  
Chaque élève peut choisir sa procédure.
- Une continuité dans les apprentissages de l'école au collège  
Il permet d'inscrire le travail dans une organisation de l'enseignement qui vise un réinvestissement régulier des savoirs et savoir-faire.

Nous proposons la démarche suivante :

- Les questions sont écrites sur l'ardoise ou le tableau puis lues à haute voix.
- L'élève peut, dans certains cas, écrire une étape intermédiaire.
- Il est important que chaque série de calculs comporte au moins un calcul suffisamment simple pour qu'il soit traité par la quasi-totalité des élèves de la classe.
- Il faut prévoir entre dix et quinze minutes en début de séance.
- La correction joue un rôle fondamental. Elle devra pour chaque calcul prendre en compte les différentes procédures possibles, analyser les erreurs commises par chaque élève et donner alors plusieurs méthodes possibles pour chaque calcul en revenant chaque fois que c'est nécessaire sur le sens du calcul.

### Les résultats additifs

les résultats additifs simples sont d'abord reconstruits (avant d'être produits instantanément), en utilisant progressivement différents points d'appui que l'enseignant doit aider à mettre en place :

- Utilisation de la suite numérique, par surcomptage et décomposition/recomposition.
- Appui sur les doubles connus :  $5 + 4$ , c'est 1 de plus que  $4 + 4$  ;
- Utilisation de la commutativité de l'addition :  $2 + 9$  c'est comme  $9 + 2$  ;
- Utilisation du passage par la dizaine : pour calculer  $8 + 5$ , on « complète à dix » on ajoute d'abord 2 à 8 puis 3 à 10 (ce qui suppose de connaître les compléments à 10 et les décompositions additives des nombres inférieurs à 10).

### Les résultats multiplicatifs

Pour les résultats multiplicatifs, la reconstruction est plus difficile. Les points d'appui pour la construction des résultats pendant la phase d'apprentissage sont en partie différents de ceux relatifs au répertoire additif. On peut citer l'appui :

- Sur les résultats rapidement connus des tables de 2 et de 5 ;
- Sur le comptage de  $n$  en  $n$  pour retrouver un résultat à partir d'un résultat mémorisé ;
- Sur la connaissance des carrés, souvent bien maîtrisés ;
- Sur la commutativité de la multiplication ;
- Sur le fait que multiplier par 4, c'est doubler deux fois ou que multiplier par 6 revient à tripler, puis doubler ;
- Sur des particularités et des régularités repérées dans la table de Pythagore, par exemple le fait de multiplier un nombre par 9 revient à prendre le prédécesseur de ce nombre comme chiffre des dizaines et le complément à 9 de ce dernier comme chiffre des unités ( $6 \times 9 = 54 : 5$  c'est  $6 - 1$  et  $5 + 4 = 9$ ).

**Mémoriser les tables.**

- La première condition d'une mémorisation réside dans la compréhension des opérations en jeu. L'élève est d'abord capable de calculer « quatre plus trois » parce qu'il est capable d'évoquer « quatre objets réunis avec trois objets », donc parce l'addition *a du sens* pour lui.
- La deuxième condition réside dans la prise de conscience de l'intérêt qu'il peut y avoir à disposer d'un répertoire de résultats.
- La troisième condition réside dans la capacité à utiliser ce qu'on sait pour obtenir d'autres résultats : « quatre plus trois, c'est un de plus que trois plus trois », « six fois huit, c'est huit de plus que cinq fois huit », « quatre fois sept, c'est le double de deux fois sept ».
- La quatrième condition réside dans l'entraînement des résultats mémorisés. La mémorisation est favorisée par *l'entraînement* et, probablement, par la *diversité* des représentations mises en jeu.

**Ce qui doit être automatisé**

- Ajouter ou retrancher 10, puis 100
- Connaître les compléments à 10 ou à 20, puis à la dizaine supérieure (pour les dizaines inférieures à 100)
- Décomposer un nombre inférieur à 10 à l'aide du nombre 5
- Décomposer un nombre compris entre 10 et 20 à l'aide du nombre 10
- additionner deux nombres dont la somme est inférieure à 10 et décomposer un nombre inférieur à 10 sous forme additive
- Maîtriser le répertoire additif (tables d'addition) : sommes de deux nombres inférieurs à 10, compléments, différences et décompositions associés
- Calculer des sommes, des différences ou des compléments du type  $20 + 7$ ,  $27 - 7$ , 20 pour aller à 27, puis  $200 + 37$ ,  $237 - 37$ , 200 pour aller à 237
- Ajouter ou retrancher entre elles des dizaines ou des centaines, calculer les compléments correspondants

**Ce qui peut être travaillé en calcul réfléchi**

- Ajouter et retrancher un nombre à un chiffre à un nombre inférieur à 100, puis inférieur à 1 000
- Ajouter ou retrancher un nombre entier de dizaines ou de centaines à un nombre.
- Ajouter et retrancher deux nombres
- Calculer des écarts ou des compléments (nombres de deux ou trois chiffres)
- Identifier les nombres dont la somme est un « nombre rond » et les utiliser pour calculer des sommes de plusieurs nombres
- Adapter les stratégies utilisables pour soustraire, selon qu'on a soustraire un « petit nombre » ou un « grand nombre »

## Exemples de jeux

### **Complément à 10**

Un jeu de cartes ordinaires (sans les figures) est battu. L'enseignant propose une carte à un enfant qui doit énoncer rapidement le complément à dix.

### **Complément à la dizaine supérieure**

Dans un jeu de cartes, on tire une carte grisée qui indique les dizaines et une carte blanche qui indique les unités. L'élève doit indiquer la dizaine immédiatement supérieure et le complément à cette dizaine.

### **Cartes recto-verso : compléments à 10**

Un jeu de six cartes portant au recto l'écriture d'un nombre de 0 à 5, au verso son complément à 10. La face d'une carte est montrée. Il faut déterminer ce qui est écrit sur l'autre face.

Exemple de carte

### **Bon débarras**

Le jeu se joue à deux, avec des cartes marquées de 1 à 9 (écritures chiffrées ou constellations) en 4 exemplaires. Chaque joueur reçoit dix cartes, le reste étant mis au talon, dos visible. Un joueur tire une carte du talon. L'autre doit abattre le complément à dix, pris parmi ses cartes. S'il ne peut jouer, il passe. Le vainqueur est celui qui s'est débarrassé de toutes ses cartes.

## Remarque importante

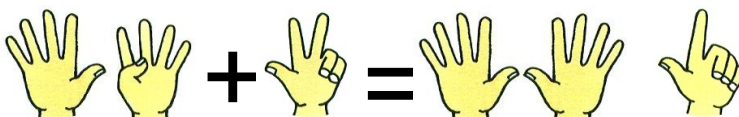
Le comptage sur les doigts ne doit pas être contrarié. En effet :

- Les doigts ne sont pas des objets comme les autres !
- La capacité à représenter les petites quantités par une collection de doigts est précoce
- La structure des doigts permet le repère du 5 du 10.
- Les doigts ne sont pas comptés (égrainés les uns après les autres), les enfants utilisent la structure des doigts.
- Le calcul sur les doigts permet une stratégie de décomposition/recomposition.

Si on l'utilise, on ne doit pas se contenter de faire du surcomptage, il faut apprendre aux élèves à utiliser des stratégies de décompositions/recompositions.

Par exemple, pour faire :

$$9 + 3$$



Passage de la dizaine sur les doigts. On imagine 1 sur le doigt baissé et deux autres doigts.

## Résolution de problèmes

### Problématique :

En résolution de problèmes, de nombreux élèves ont des comportements scolaires du genre : « Face à un énoncé, j'additionne tous les nombres », ou « Je recompte tout ensemble ». Comment éviter cela ?

- Les problèmes « d'addition » sont assez fréquents au niveau de scolarité CE1 ou CE2 donc les élèves s'engouffrent dedans par réflexe.
- Les problèmes font référence à des quantités que les élèves en difficulté ne se représentent pas.
- L'activité mathématique risque de leur apparaître comme une manipulation de symboles selon des règles mystérieuses.
- Une lecture d'énoncé difficile pour certains élèves.

L'erreur de procédure courante consiste pour un élève à se dire : « *J'additionne tous les nombres où je fais une suite d'opérations au hasard* ». Il est faux de croire que les informations dont on a besoin pour résoudre le problème sont là, bien visibles. Ce qui est donné, c'est un contexte sémantique qu'il faut interpréter pour avoir accès aux informations. Ce sont les connaissances que nous avons à un moment donné qui guident notre interprétation.

Pour ce module, nous vous proposons 2 pistes pédagogiques qui peuvent être exploitées simultanément ou séparément :

1. L'explicitation des erreurs.
2. La mise en scène des énoncés.

### 1. L'explicitation des erreurs

On se donne par exemple le problème suivant :

*« Michel a mis 13 billes dans sa poche. 9 de ces billes sont en terre et les autres sont en verre. Combien de billes en verre Michel a-t-il dans sa poche ? »*

On peut proposer la démarche suivante :

#### Phase 1      Lecture d'énoncés

Distribution de l'énoncé aux élèves. Lecture individuelle et silencieuse puis lecture à haute voix par l'enseignant.

#### Phase 2      Explication du travail aux élèves

« Nous venons de lire l'énoncé d'un problème de mathématiques et je vais vous demander de le résoudre. Certains d'entre vous vont peut-être faire des erreurs et on va chercher à comprendre ensemble pourquoi ils ont fait ces erreurs. D'autres vont trouver la bonne solution, mais sans pouvoir expliquer comment ils ont fait et là encore on va chercher à comprendre comment ils ont fait dans leur tête. »

### Phase 3      Résolution du problème

Les élèves sont invités à résoudre le problème individuellement. L'enseignant sera attentif aux démarches de chacun : utilisation du brouillon, de l'ardoise, dessins, schématisation, opérations posées, rédaction, présence d'une phrase réponse, etc..

### Phase 4      Mise en commun et explicitation

Dans un premier temps, chacun expose brièvement sa démarche personnelle, sans commentaire de l'enseignant ou des élèves.

Dans un deuxième temps, l'enseignant va d'abord privilégier les stratégies des élèves qui ont fait des erreurs de démarche. Il va lancer le débat en questionnant plus précisément un élève. Par exemple, si dans le problème proposé, l'élève a fait «  $13 + 9$  », il peut lui demander « Pourquoi as-tu fait cela? » puis interpellé les autres élèves en leur demandant « Êtes-vous d'accord ? Pourquoi ? D'après vous, pourquoi a-t-il fait cela ? »

L'idée principale est d'insister dans le questionnement afin de faire ressortir au mieux ce qui a pu se passer dans la tête de l'élève et de pousser les élèves à valider ou invalider certaines procédures en argumentant.

Pour valider ou invalider une démarche, l'enseignant peut orienter ses questions afin de faire émerger :

- Le sens du texte et l'interprétation du texte (reformulation).
- La vraisemblance du résultat.
- Le sens et la cohérence des opérations..

Ce travail doit être fait ensuite avec chaque élève du groupe. Il peut être écourté si l'on s'aperçoit que plusieurs élèves ont des stratégies identiques.

### Phase 5      Analyse d'erreurs et reprise avec les élèves

Dans les différentes stratégies explicitées, l'enseignant va s'attacher à catégoriser les erreurs :

- Mauvais choix dans l'opération.
- Absence de tri dans les données.
- Utilisation de données inutiles.
- Erreurs de calcul.

Le but est d'attirer l'attention des élèves sur le type d'erreur qu'ils ont pu faire. On peut alors passer un contrat tacite avec chaque élève en lui demandant de faire attention en priorité au type d'erreur qu'il a pu faire lorsque qu'il aura à résoudre le prochain problème.

Aux séances suivantes, l'enseignant pourra, sous forme de rituel, rappeler les différents types d'erreur qu'on peut faire et ce à quoi on doit veiller.

## 2. Mise en situation des énoncés

On se donne par exemple le problème suivant :

*« Dans une classe, il y a 18 élèves. On distribue une balle pour 2 élèves. Combien faut-il de balles ? »*

Cette situation problème est extrêmement classique. Elle est très économique (texte très court), mais elle ne permet pas à tous les élèves de rentrer dans l'activité mathématique. En particulier, les élèves qui « résistent » à ce type d'énoncé peuvent être les élèves qui ont :

- Un faible niveau de lecture.
- Une difficulté à se fabriquer une image mentale de la situation.
- Une difficulté à se représenter les quantités (le cardinal d'un nombre).

Classiquement, les élèves ont à résoudre ce type de problème pour lequel, ils devront faire une opération et rédiger une phrase réponse. On appellera ce type de démarche « résolution pratique de référence ». C'est en gros le chemin le plus court et le plus rapide pour arriver à la solution du problème.

Pour les élèves en difficulté face à ces problèmes, on peut proposer une alternative. Il s'agit en quelque sorte de « mettre en scène » l'énoncé en le contextualisant un peu plus, en l'oralisant ou en le dessinant pour une partie, de façon à ce que les élèves se représentent la situation.

Par exemple :

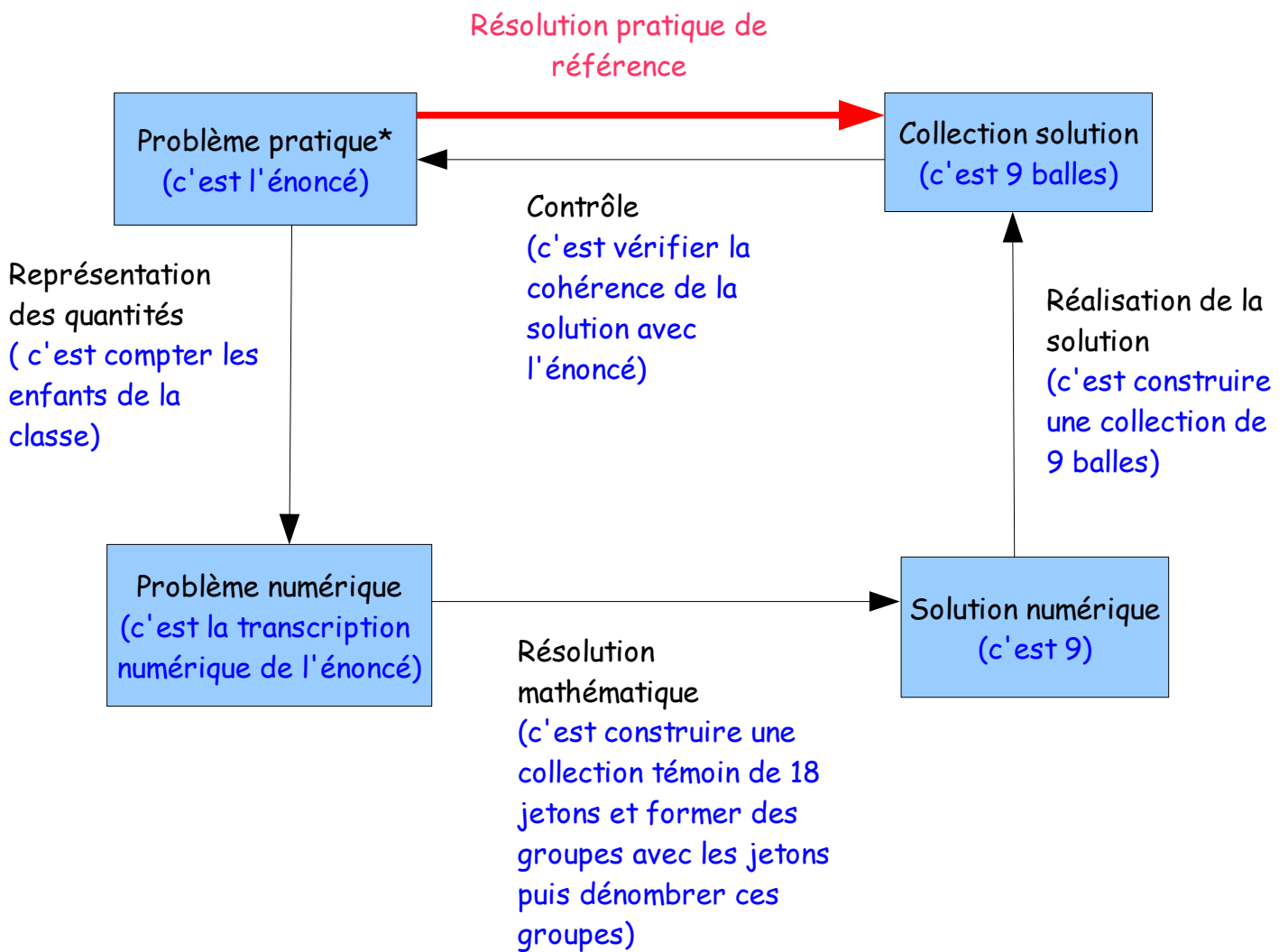
L'enseignant distribue une feuille sur laquelle 18 enfants sont dessinés avec une raquette de tennis à la main, et raconte l'histoire suivante : « Sur cette feuille j'ai dessiné les enfants d'un centre aéré, est-ce que vous pouvez me dire combien il y a d'enfants ? »

Quand tous les élèves se sont assurés de ce nombre, l'enseignant ramasse les feuilles et poursuit ainsi : « Vous avez remarqué que chaque enfant avait une raquette à la main ? Et bien ces 18 enfants veulent jouer au tennis, et il leur faut une balle pour 2. Vous voyez ces gommettes rondes, ce sont les balles. Vous allez me passer commande du nombre de gommettes nécessaires pour qu'il y ait une balle pour 2 enfants. »

L'idée générale est de décomposer la démarche mathématique et de la rendre la plus transparente possible pour les élèves.

On peut schématiser cette décomposition comme ci-dessous :





\* Un problème pratique est un problème lié à un contexte.

### Commentaires

Les 2 démarches (explicitation des erreurs et mise en situation des énoncés) peuvent être menées en alternance pendant la durée du module.

Quelques exemples de mise en situation seront proposés mais chaque enseignant pourra, à partir d'un énoncé classique; faire sa propre mise en situation.

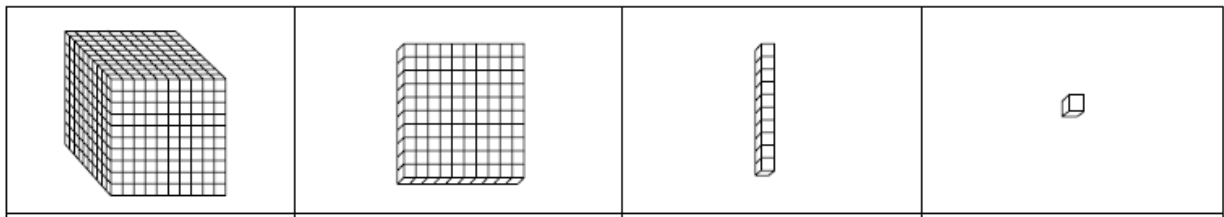
## Numération

### Matériel

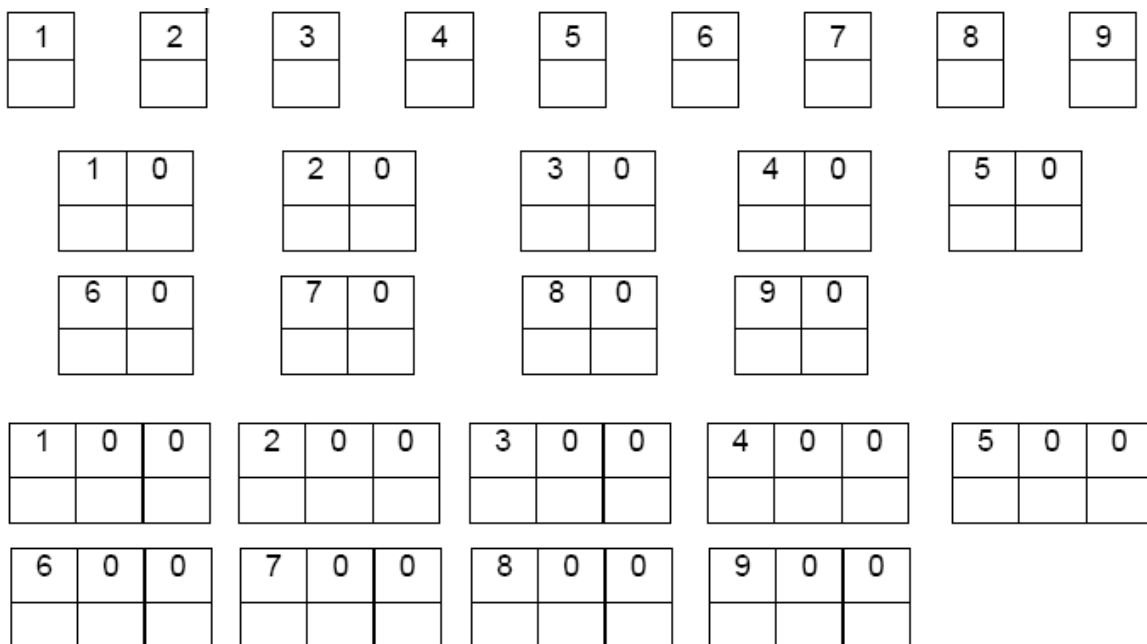
L'utilisation de matériel de manipulation est souvent indispensable pour installer des notions, les consolider ou faire de la remédiation.

Voici quelques exemples :

- Frises numériques
- Droites numériques
- Cartons permettant de matérialiser les unités, dizaines, centaines, milliers



- Cartons Montessori



Ce matériel permet de faire le lien entre l'écriture en chiffres du nombre et la lecture de ce nombre qui est basée sur une numération de type additive et multiplicative. De plus ce matériel permet de mémoriser la décomposition canonique des nombres qui correspond aux mots nombres utilisés.

Exemple:  $333 = 300 + 30 + 3$  et se lit trois cent trente-trois.

**Jeux**

Nous proposons quelques jeux permettant de travailler la numération :

• **Le kilo de nombres**

Nombre de joueurs : 4,

Chaque joueur reçoit 4 cartes.

Celui qui a distribué donne une carte de son choix à son voisin de gauche et ainsi de suite.

Il s'agit d'obtenir les quatre cartes représentant le même nombre.

Dès qu'un joueur est en possession des 4 cartes représentant le même nombre, il les dépose sur la table.

S'il s'est trompé, il reprend les cartes et le jeu continue.

1 700	1 000 + 700	mille sept cent	17 centaines
7 100	7 000 + 100	sept mille cent	71 centaines
710	700 + 10	sept cent dix	71 dizaines
170		cent soixante	

	11	21	31			61		81
		121						82
				340				83
			331		351			
		421		342		363		
						365		
							1 367	2 367
						369		
								4 367

• **Le Lotosuïte**

Le jeu peut se jouer de 2 à 4 joueurs.  
 Les joueurs ont des stylos de couleurs différentes.  
 Chaque joueur reçoit 10 cartes.  
 Un premier joueur choisit une place dans le tableau.  
 Il cherche sa place dans son jeu.  
 Le joueur suivant fait de même.  
 Le gagnant est le premier à remplir son tableau.

• **Le définombre**

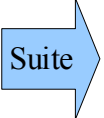
R1	1	71	51	345	321	311	221	51	3 367
R2	85	341	521	344	41	84	361	367	5 367

Le jeu se joue à deux joueurs équipés chacun d'un stylo de couleur différente.  
 Un élève tire le nombre d'étiquettes-chiffre prévues.  
 Il réalise un nombre avec ces étiquettes.  
 Il écrit ce nombre à la bonne place dans une case de la piste.  
 Le second joueur fait de même et ainsi de suite.  
 Si un joueur ne peut placer aucun nombre, il perd son tour.  
 En fin de partie, on totalise le nombre de cases remplies par chaque joueur pour désigner le gagnant.  
 Quand le jeu est bien maîtrisé avec une piste, on passe à une piste plus difficile.

**Piste 1**

Pour ce jeu : tirage de 3 étiquettes

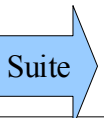
0		100		200		300		400		500
---	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----

 Suite		600		700		800		900		1000
---	--	-----	--	-----	--	-----	--	-----	--	------

**Piste 2**

Pour ce jeu : tirage de 3 étiquettes

0		100		300 + 20		quatre cent vingt		149 dizaines		550
---	--	-----	--	----------------	--	-------------------------	--	-----------------	--	-----

 Suite		600 + 70		7 × 100		huit cent soixante -dix		9 centaines et 2 dizaines		1 000
---	--	----------------	--	---------	--	-------------------------------	--	---------------------------------	--	-------